



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Resolución de problemas lógico-matemáticos a través de materiales manipulativos en un aula de cinco años

Autor/es

INÉS VELÁZQUEZ ORTIGAS

Director/es

JUAN MIGUEL RIBERA PUCHADES

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario en Intervención e Innovación Educativa

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2017-18



Resolución de problemas lógico-matemáticos a través de materiales manipulativos en un aula de cinco años, de INÉS VELÁZQUEZ ORTIGAS (publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

Trabajo fin de máster

***Resolución de problemas lógico-matemáticos a
través de materiales manipulativos en un aula de
cinco años***

***Resolution of logical-mathematical problems
through manipulative materials in a five-years
classroom***

Autor:

Inés Velázquez Ortigas

Profesor: Juan Miguel Ribera Puchades

Máster en Intervención e Innovación Educativa



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

2017/2018

Agradecimientos

La realización del presente trabajo ha sido posible gracias a la colaboración de determinadas personas, a las que me gustaría mostrar mi gratitud por escrito.

En primer lugar, a mis padres, por su apoyo incondicional, por su cariño, por enseñarme el valor de aprender y por todo su esfuerzo y sacrificio para que yo pueda cumplir mi sueño de ser maestra y continuar mi formación. Sin ellos no sería la persona que soy.

También a la Universidad de La Rioja por darme esta oportunidad, a todos los profesores por ayudarme en mi formación, y en especial a Juan Miguel Ribera por su implicación, apoyo, ilusión y cariño, así como por compartir tantos conocimientos conmigo.

De la misma forma, al colegio Caballero de La Rosa y a su docente Silvia Terroba, por permitirme llevar a cabo el presente trabajo en un aula de Educación Infantil, por su interés, cariño y disponibilidad.

Por último, a todos los niños de Educación Infantil con los que he tenido la suerte de compartir mi experiencia, por su afecto, su ilusión y sus infinitas ganas de conocer el mundo que les rodea. Ellos son la verdadera razón por la que nos encontramos aquí, por la que quise ser maestra y por la que nunca debemos dejar de aprender.

Resumen

La concepción de las matemáticas ha ido cambiando a lo largo de los años de manera que, en la actualidad, hacer matemáticas incluye mucho más que la mera realización de operaciones. Esto supone el desarrollo de habilidades llamadas lógico-matemáticas que permiten el desarrollo integral y la comprensión del mundo que nos rodea. Con el objetivo de prevenir las dificultades propias de las matemáticas y trabajar dichas habilidades esenciales, el presente trabajo realiza una intervención en Educación Infantil siguiendo las indicaciones de las recientes investigaciones, las cuales ponen de relieve la importancia de la resolución de problemas y el uso de materiales manipulativos.

Palabras clave

Razonamiento lógico-matemático, resolución de problemas, material manipulativo, Educación Infantil.

Abstract

The concept of mathematics has been changing over the last years, therefore today doing mathematics, includes much more than just the realization of operations, it also involves the development of skills called logical - mathematics that allow the integral development and understanding of the world around us. In order to prevent the difficulties of mathematics and to work on these essential skills, this project performs an intervention in Infant Education following the indications of recent research, which highlights the importance of problem solving and the use of manipulatives.

Key words

Logical reasoning - mathematics, problem solving, manipulative material, Infant Education.

Índice

Capítulo I. Introducción.....	1
Capítulo II. Planteamiento del problema objeto de estudio.....	5
2.1 Objetivos	5
2.2 Hipótesis	5
Capítulo III. Fundamentación.....	7
3.1 Currículo	7
3.2 Aprendizaje de las matemáticas: razonamiento lógico-matemático.....	9
3.3 Uso de la resolución de problemas en matemáticas.....	13
3.3.1 Cálculo mental.....	17
3.3.2 Clasificar.	19
3.3.3 Posicionamiento espacial.	20
3.4 Importancia de los materiales manipulativos en el aprendizaje.....	21
Capítulo IV. Metodología.....	25
4.1 Participantes.....	26
4.2 Procedimiento	27
Capítulo V. Resultados	29
5.1 Cálculo mental	29
5.2 Clasificación de objetos	30
5.3 Posicionamiento en el espacio	32
Capítulo VI. Interpretación – Discusión.....	35
Capítulo VII. Conclusión.....	39
Capítulo VIII. Referencias.....	43
Anexos.....	49

Índice de tablas y figuras

Tabla 1. <i>Clasificación de problemas matemáticos en Educación Infantil</i>	15
Tabla 2. <i>Tipos de problemas</i>	16
Tabla 3. <i>Usos del número</i>	17
Tabla 4. <i>Resultados de las actividades de cálculo mental</i>	29
Tabla 5. <i>Resultados de las actividades de clasificación de objetos</i>	30
Tabla 6. <i>Resultados de las actividades de posicionamiento espacial</i>	32
Figura 1. <i>Acción de una alumna</i>	31

*Todo nuestro conocimiento comienza
con la experiencia.*

(Kant, 1787)

Capítulo I. Introducción

*El niño tiene la inteligencia
en la mano.*

(María Montessori)

Desde el nacimiento, el niño va creando estructuras mentales y desarrollando habilidades que permiten la comprensión, interpretación y adaptación al medio en el que vivimos. En este sentido, la adquisición de conocimientos matemáticos es una de las competencias básicas que permite comprender y manejar la realidad, ya que requiere del desarrollo del pensamiento lógico, la producción de ideas y la creación de representaciones (Fernández Bravo, 2008).

Según la Real Academia Española de la lengua (RAE, 2017), la matemática es una ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, tales como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. Sin embargo, hacer matemáticas supone algo más que adquirir una serie de conocimientos y sus relaciones, implica el desarrollo de estrategias, observación, atención, intuición, creatividad, razonamiento, interpretación y emoción. En definitiva, hacer matemática es comprender y saber hacer (Fernández Bravo 2006). Como afirma Fernández Bravo (2008) “Las matemáticas no son calcular, sino comprender y relacionar entendiendo. No se trata de acumular contenidos sino de descubrir conocimientos.” (p.11)

Siguiendo las anteriores afirmaciones, en educación las matemáticas deben entenderse como un elemento más en la formación integral, así como en el desarrollo de capacidades físicas, sociales, afectivas e intelectuales. De manera que lo importante no solo es el contenido sino los procesos que se ponen en marcha para aplicar dicho conocimiento. Como señala Guzmán (2001), una enseñanza de las matemáticas centrada sólo en los contenidos no presupone la capacidad necesaria para aplicar lo aprendido a la vida cotidiana.

En este sentido, el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2003), señala la resolución de problemas, el razonamiento y la demostración, la comunicación, la representación, y el establecimiento de conexiones como los procesos básicos en matemáticas. Por ello, y teniendo en consideración la escasa formación en Didáctica de

las Matemáticas recibida en la universidad, la falta de procesos matemáticos en la etapa de Educación Infantil, la poca investigación en educación matemática en las primeras edades, y la insuficiente consideración de los procesos matemáticos en los currículos y, en consecuencia, el déficit de instrucciones curriculares para trabajar los procesos en esta etapa (Alsina, 2009; Alsina, 2012; Blanco, 2011) se ha considerado oportuno realizar un estudio de caso en la comunidad autónoma de La Rioja, que supone la actuación en el segundo ciclo de Educación Infantil con el objetivo de trabajar procesos básicos como la resolución de problemas y el razonamiento lógico-matemático.

Así, el presente trabajo tiene su base en las dificultades de aprendizaje de contenidos matemáticos en la etapa de Educación Infantil, concretamente en el segundo ciclo (3 a 6 años), y en la hipótesis de que, si tantos alumnos hemos tenido o tienen dificultades con las matemáticas, quizás algo tenga que ver la metodología utilizada en la enseñanza. Además, las edades comprendidas en dicha etapa son muy importantes, ya que es donde se asientan las bases para la adquisición de conocimientos y donde mayor capacidad de aprendizaje se posee. Por lo que, sería un error no intervenir desde la base, es decir, desde las primeras nociones de los conceptos matemáticos.

Como introducción al presente trabajo, se van a exponer algunas de las que se creen causas de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Partiendo del concepto que tienen las familias y los centros sobre las mismas como un conjunto de técnicas para resolver problemas que implican el número, se destacan el énfasis en la memorización de conceptos o el uso de fichas sin conexión alguna con la realidad, lo que supone la pérdida de motivación, un aprendizaje superfluo y, por lo tanto, unas deficientes bases donde asentar posteriormente otros conocimientos (Alcalá, 2002; Fernández Bravo, 2008).

Otro aspecto a destacar es la concepción de la etapa de Educación Infantil como un periodo en el que no se pueden realizar trabajos matemáticos de gran calidad, sino que se debe basar en la adquisición de la lectura y escritura. Prueba de dicha concepción son algunas de las metodologías utilizadas, basadas en cuadernillos creados por editoriales, con fichas que únicamente trabajan la memorización y que están muy alejadas de la realidad del aprendizaje. Igualmente, son muchos los editores y maestros que rechazan propuestas de aprendizaje alejadas de lo habitual, es decir, que utilizan los materiales manipulativos y experimentación... En su lugar, buscan actividades más simples, tranquilas y con un vocabulario más básico (Chamorro, 2005).

De la misma forma, la gran diferencia encontrada entre los niveles de Educación Infantil y Educación Primaria es motivo de las dificultades en matemáticas, ya que el cambio de etapa supone la adquisición de conocimientos más complejos, en mayor medida y menor tiempo, lo cual conlleva un ritmo de aprendizaje y unas capacidades que no todos los alumnos poseen. El malestar con esta situación es expuesto por diferentes autores como Chamorro (2005) o Fernández Bravo (2010), quienes afirman que la metodología utilizada en Educación Infantil difiere en gran medida con la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria, se pasa de utilizar el juego, la experimentación con objetos y el descubrimiento a un aprendizaje memorístico y sin relación con la realidad. Por este motivo, se ha considerado esencial conocer qué contenidos y cómo se están trabajando en Educación Primaria, con la intención de actuar consecuentemente en Educación Infantil y asentar bases para una transición de etapa más conectada.

A pesar de las situaciones expuestas, algunos maestros de Educación Infantil saben cuáles son las capacidades de sus alumnos, y la metodología a utilizar para la adquisición de conocimientos matemáticos. Por ello, y teniendo en cuenta el carácter globalizador e integrador de la etapa de Educación Infantil, el presente trabajo va a tratar la resolución de problemas lógico-matemáticos a través de materiales manipulativos, lo cual implica un tratamiento de los contenidos propuestos mediante la realización de experiencias significativas para los alumnos de la muestra seleccionada.

Capítulo II. Planteamiento del problema objeto de estudio

2.1 Objetivos

A continuación, se exponen los objetivos que se pretenden alcanzar:

- Analizar la capacidad de los alumnos de cinco años de una muestra seleccionada para resolver problemas lógico-matemáticos que requieren del razonamiento y la comprobación.
- Mejorar la resolución de problemas lógico-matemáticos que requieren razonamiento y comprobación a través de materiales manipulativos con los alumnos de cinco años de la muestra elegida.

2.2 Hipótesis

1. A través de la realización secuenciada de las actividades de lógico-matemáticas propuestas, los alumnos de cinco años de la muestra seleccionada tendrán mayor facilidad de razonamiento en problemas lógico-matemáticos, lo cual favorecerá una mejor transición a los contenidos matemáticos de primero de Educación Primaria.

2. Las capacidades requeridas en cada una de las etapas seleccionadas será muy diferente, siendo de mayor nivel en Educación Primaria.

3. Los alumnos de la muestra seleccionada comprenderán en mayor medida las actividades que requieren de cálculo mental y clasificar debido a que son tareas más familiares que las que requieren de medición del espacio.

4. Debido a la falta del vocabulario preciso, los alumnos de la muestra seleccionada tendrán confusión en algunas de las premisas: “Clasifica”, “Ordena”, “Resta”, “Mide”.

5. Tras la realización de las actividades de introducción, los alumnos de la muestra seleccionada comprenderán aspectos que no supieron en las actividades de preevaluación y, por lo tanto, realizarán satisfactoriamente las actividades de puesta en práctica.

6. Los resultados mostrarán mejoras en los conceptos trabajados en la intervención, es decir, en clasificación de objetos y cálculo mental. Sin embargo, en la actividad de posicionamiento espacial los resultados serán muy similares.

Capítulo III. Fundamentación

*Sólo hay una forma eficaz de aprender
cómo hacer algo y es haciéndolo.*

(Schank y Cleary, 1995)

3.1 Currículo

El presente trabajo tiene su base en la resolución de problemas lógico-matemáticos en dos niveles de dos etapas educativas, segundo ciclo de Educación Infantil y primer curso de Educación Primaria. Por ello, se contemplan las directrices marcadas por la ley tanto a nivel estatal como autonómico. Así, en el *Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil* encontramos:

En los *Objetivos* del área “Conocimiento del entorno”:

- “4. Iniciarse en las habilidades matemáticas, manipulando funcionalmente elementos y colecciones, identificando sus atributos y cualidades, y estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación.”

De la misma forma, en el *Real Decreto 25/2007, de 4 de mayo, por el que se establece el Currículo del Segundo Ciclo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de La Rioja*, aparece en el área “Conocimiento del entorno”, concretamente en el *Bloque I. Medio físico: Elementos, relaciones y medida*, lo siguientes contenidos:

- “Los objetos y materias presentes en el medio, sus funciones y usos cotidianos”.
- “Percepción de atributos y cualidades de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos y por explorar sus cualidades y grados. Uso contextualizado de los primeros números ordinales”.
- “Aproximación a la cuantificación de colecciones. Utilización del conteo como estrategia de estimación y uso de los números cardinales referidos a cantidades manejables”.
- “Aproximación a la serie numérica y su utilización oral para contar. Observación y toma de conciencia de la funcionalidad de los números en la vida cotidiana”

Por otra parte, el Real *Decreto 24/2014, de 13 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de La Rioja*, en la asignatura troncal “Matemáticas”, concretamente en el *Bloque I. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*, señala lo siguientes contenidos:

- “Planificación del proceso de resolución de problemas: análisis y comprensión del enunciado”.
- “Estrategias y procedimientos puestos en práctica: hacer un dibujo, una tabla, un esquema de la situación, ensayo y error razonado, operaciones matemáticas adecuadas, etc.”.

Como se observa en lo expuesto con anterioridad, en el actual currículo de Educación Infantil aparece como uno de los objetivos la iniciación en habilidades matemáticas a través de materiales manipulativos, lo cual es el origen del presente trabajo. Además, se encuentran acciones que hacen referencia y son la base para la resolución de problemas, como exploración de objetos, clasificación, cuantificación, identificación de situaciones en las que se necesita medir... Sin embargo, es en el currículo de Educación Primaria donde aparece explícitamente dicha habilidad. Esto indica que la resolución de problemas lógico-matemáticos se inicia ya en Educación Infantil, relacionando siempre las acciones con la vida cotidiana y el entorno que les rodea, y que, en Educación Primaria, se busca el desarrollo de la planificación o el diseño de estrategias (exploración, comprobación...), aunque no se menciona el razonamiento.

Así, se observa que la resolución de problemas es un contenido explícito del primer curso de Educación Primaria, aunque se inicia en Educación Infantil. Sin embargo, las habilidades que se contemplan en una etapa y en otra se encuentran a un nivel muy diferente, incluso en el vocabulario (clasificar, comprobar, razonar, ordenar...).

Como señala Guzmán (2001), es esencial que los niños aprendan a usar las matemáticas en su vida cotidiana, para lo cual es necesario un currículo que contemple contenidos y procesos matemáticos como el razonamiento lógico-matemático, resolución de problemas, numeración, cálculo, medida, estadística...

Por ello, se cree importante trabajar en mayor medida y de forma más eficaz la resolución de problemas y el razonamiento lógico en la etapa de Educación Infantil,

de manera que las habilidades presupuestas en ambas etapas sean lo más cercanas posibles, mejorando así la transición entre las mismas y, por lo tanto, acercando al alumnado a la vida cotidiana y al mundo que les rodea.

Este planteamiento del currículo implica un enfoque globalizador que trabaje de forma integrada. Se trata de utilizar los procesos del pensamiento matemático para gestionar conocimientos y habilidades necesarios en la vida cotidiana, es decir, capacitar al alumnado para identificar y comprender el papel de las matemáticas en el mundo que les rodea (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico de la Unión Europea OCDE, 2000).

3.2 Aprendizaje de las matemáticas: razonamiento lógico-matemático

Entre los cero y los seis años el cerebro presenta su mayor desarrollo, lo que supone una incalculable capacidad de aprendizaje. Por ello, dichos años deben ir acompañados por una buena enseñanza que no consista en seguir o imitar metodologías, sino en la adquisición de conocimientos y el desarrollo personal, teniendo en cuenta las necesidades y capacidades del alumno (Fernández Bravo, 2008).

Desde este punto de vista, lo importante no es cuánto saben los alumnos, sino cuantas relaciones establecen entre los conceptos, cómo ponen en práctica lo aprendido y cómo lo utilizan en sus experiencias, en definitiva, cómo aprenden. Así, se puede decir que contar o reconocer figuras geométricas son acciones que representan la actividad matemática, pero no suponen relaciones con otros conceptos ni se ponen en situaciones que requieren del desarrollo de estrategias. Por lo que su enseñanza de forma aislada, es decir, sin significado ni relación con otras habilidades, carece de sentido (Fernández Bravo, 2008).

En este sentido y, como señalan López y Alsina (2015), debido a la escasez de documentos sobre los métodos de enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil, se enseña a partir de cuatro enfoques principales, expuestos por Castro (2007):

- Enfoque de destrezas: se contempla el aprendizaje matemático como la memorización de destrezas básicas a través de la repetición. El objetivo principal es adquirir un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos a través de tareas alejadas de los intereses y entorno de los niños.

- Enfoque conceptual: se contempla la necesidad de comprender y adquirir una serie de procedimientos. Su objetivo principal es conseguir esta adquisición desde la comprensión y el uso de actividades significativas.
- Enfoque de resolución de problemas: se conciben las matemáticas como un espacio en el que, los alumnos pueden reflexionar y razonar. El objetivo principal es introducir a los alumnos en la actividad matemática mediante situaciones cotidianas. El alumno se entiende como principal protagonista del aprendizaje.
- El enfoque investigativo: se entiende las matemáticas como un proceso de descubrimientos. El principal objetivo es que los alumnos lleguen a sus propias conclusiones mediante la reflexión, el razonamiento, la representación, la resolución de problemas y la investigación.

Se entiende que el enfoque de enseñanza deseable, y el que se defiende en el presente trabajo es el enfoque investigativo. Dentro de dicho planteamiento se señala uno de los contenidos matemáticos clave: el razonamiento lógico-matemático, una habilidad señalada por diferentes autores pero que parece olvidada en la práctica educativa. Para entender dicho término se cree conveniente aclarar primeramente qué es la lógico-matemática y, posteriormente, qué es el razonamiento lógico-matemático.

Como señala Canals (s.f.) existe un debate sobre la conveniencia o no, de enseñar la lógico-matemática en edades tempranas. Dicha autora señala que el verdadero objetivo de la lógico-matemática en Educación Infantil y Primaria no es que los alumnos aprendan conceptos abstractos como la relación de equivalencia, sino que hagan, materialmente, una relación de equivalencia a través de habilidades como la clasificación. Esto quiere decir que el aprendizaje que se pretende conseguir no es conceptual, sino de adquisición de competencias a través de actividades prácticas que pongan en marcha su pensamiento lógico y amplíen su capacidad de razonamiento a través de la manipulación y la experimentación.

Además, la transición de etapa (de Educación Infantil a Educación Primaria) exige el desarrollo de diversas nociones y procedimientos que favorecen la formación del pensamiento lógico-matemático, lo cual requiere de aprender a usar las matemáticas en la vida cotidiana (Alsina, 2012; Chamorro y Vecino, 2005).

Cabe señalar, que esta concepción de la lógico-matemática como competencia básica surgió a comienzos del siglo XX con autores como María Montessori, quien manifestó la importancia de potenciar el razonamiento de los niños a partir de actividades manipulativas basadas en la percepción sensorial. Igualmente, Dienes, continuó con esta percepción creando los bloques lógicos, que siguen siendo un material esencial en la actualidad (Canals, s.f.).

Sin embargo, aunque la necesidad de trabajar la lógico-matemática es clara y, han existido diferentes modelos hasta su consideración explícita en la actualidad (Chamorro, 2005; Ruiz Higuera, 2005a), si miramos en el currículo que nos concierne (*Decreto 25/2007, de 4 de mayo, por el que se establece el Currículo del Segundo Ciclo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de La Rioja*) vemos que únicamente aparece “Iniciarse en las habilidades lógico-matemáticas” (pp. 3288) como uno de los objetivos de la etapa, pero carece de una descripción clara o pautas de actuación.

Por ello, y, siguiendo a diferentes autores (Canals, s.f.; Fernández Bravo, 2001, 2005, 2006, 2008; Ruiz Higuera, 2005b), se pretende definir dicho término como la actuación del niño con los objetos, consigo mismo y con los demás, es decir, parte de las experiencias que el niño realiza con el entorno. Esto supone el descubrimiento de características, y el establecimiento de relaciones, a través de la manipulación, que posteriormente permiten interactuar con el entorno.

De este modo toda acción lógico-matemática debe basarse en la experiencia, el descubrimiento y la construcción de conceptos a través de actividades prácticas que motiven, provoquen y desafíen. Además, el lenguaje debe ser simple, claro y preciso, habituando al alumno a explicar sus conclusiones para permitir el desarrollo y la mejora del pensamiento. Como señala Fernández Bravo (2001) los contenidos matemáticos son más significativos para el alumno cuanto más útiles son en su experiencia. Por ello, se aconseja utilizar materiales manipulativos y el juego en la enseñanza de las matemáticas, para descubrir, comprender, interpretar, suponer...

Desarrollar el pensamiento lógico-matemático puede parecer una ardua tarea en la que hay que tener en consideración gran cantidad de elementos. Sin embargo, Fernández Bravo (2006), señala cuatro capacidades básicas que ayudan al desarrollo del pensamiento lógico-matemático, como la observación, mediante juegos dirigidos a la

percepción de características y a la relación entre ellas; la imaginación, con actividades que permiten pluralidad de acciones; la intuición, usando actividades que no den pie a la adivinación y el razonamiento lógico, a través de actividades que requieran llegar a una conclusión mediante la deducción.

Es así como se llega a hablar del razonamiento lógico-matemático, señalado como necesario por diferentes investigaciones, ya que el razonar supone ordenar ideas y conceptos para llegar a una conclusión. Es un contenido matemático fundamental que permite la realización de acciones premeditadas y la construcción progresiva de conceptos abstractos. Además, supone el desarrollo de capacidades generales: observar, descubrir, sacar conclusiones, encontrar estrategias, expresar verbalmente y resolver problemas o juegos. Así como capacidades específicas de las matemáticas (Canals, (s.f.); Fernández Bravo, 2008):

- Relacionar, por orden, por equivalencia y por otros criterios.
- Deducir según la ley de causa y efecto.
- Comprender las operaciones como cambio.
- Desarrollar la reversibilidad del pensamiento.
- Realizar generalizaciones.

Así, se puede observar que el pensamiento lógico-matemático y, concretamente el razonamiento, son capacidades básicas para el manejo del niño en el mundo que le rodea. Sin embargo, son habilidades poco trabajadas, como tales, en la etapa de Educación Infantil por la dificultad que suponen. La principal causa es un inadecuado procesamiento de la información, ya que el alumno se deja llevar por características superficiales de manera que no perciben la relevancia de los datos. Además, existen limitaciones que dificultan pensar lógicamente como el egocentrismo, que hace que el alumnado piense que no es necesaria la comprobación, la falta de consciencia y, el uso de un razonamiento que va de lo particular a lo particular, sin generalizaciones, lo que supone que el niño afirme sin pruebas (Fernández Bravo, 2001; Ruiz Higuera, 2005b).

Para evitar dichos errores y, siguiendo a Canals (s.f.), se propone la creación de actividades, que no solo tengan en consideración las indicaciones anteriormente comentadas, sino que además atiendan al carácter globalizador de la etapa en la que se encuentra. Dichas actividades pueden estar basadas en experiencias reales, problemas

cotidianos o juegos, cuyo objetivo es relacionar, reconocer y definir, identificar cambios, encontrar diferencias y similitudes, desarrollar estrategias de acción...

Plantear estas actividades de forma lúdica, se llamen o no “juego”, y con materiales manipulativos supone una gran motivación, así como la implicación de todo el alumnado, ya que jugar es parte esencial de su realidad y permite trabajar las matemáticas respetando las posibilidades de cada alumno, pero, a la vez, buscando el máximo rendimiento.

Podemos concluir, que el aprendizaje de las matemáticas debe basarse en la experimentación y manipulación de objetos, relacionando los distintos conceptos, de manera que sea significativo para la vida cotidiana del alumno. Como afirma Canals (s.f.), una educación adecuada de todas las capacidades lógico-matemáticas, supone alcanzar satisfactoriamente el pensamiento abstracto.

3.3 Uso de la resolución de problemas en matemáticas

En el último informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA) realizado en el año 2015, respecto a la competencia matemática, España aparece en el número 27 con una media de 486, ligeramente por debajo de la media de la Unión Europea (UE) y de la OCDE (490). Si nos fijamos en las comunidades autónomas, La Rioja es la número 3, con una media de 505. Estos datos, aunque puedan considerarse más o menos válidos y/o se esté más o menos de acuerdo con lo que supone el informe PISA, son una fuente de información para conocer que competencias se deben desarrollar y mejorar, lo cual no significa trabajar en mayor medida (OCDE, 2016).

En el año 2006, en la Ley Orgánica de Educación (LOE) aparece, dicha noción de *competencia*, entendida como la capacidad de una persona para realizar acciones o mostrar conductas que expresan los conocimientos adquiridos. Partiendo de este concepto, PISA señala ocho competencias básicas o capacidades generales de las matemáticas: pensar y razonar, argumentar, comunicar, representar, lenguaje técnico, uso de tecnologías, modelizar y, por último, plantear y resolver problemas (Rico, 2009).

En el presente apartado se va a justificar la importancia de dichas competencias, concretamente de la resolución de problemas que, se entiende, puede incluir de forma indirecta a las otras siete competencias mencionadas.

Como se ha comentado con anterioridad, la metodología utilizada es la herramienta que permite a los alumnos alcanzar aprendizajes profundos y relacionarse satisfactoriamente con el medio. En este sentido, se considera la modelización, como una de las técnicas más eficaces para el desarrollo de las competencias básicas, pero ¿Qué es exactamente modelar? Siguiendo a Ruiz Hidalgo (2009), podemos afirmar que modelar es expresar en términos matemáticos determinados hechos y sus relaciones, es decir, las matemáticas ejemplifican fenómenos al igual que algunos fenómenos pueden servir de modelo para conceptos matemáticos. Esto permite una transmisión de conceptos más visual, llegar al alumnado que muestra dificultades, y enseñar a utilizar las matemáticas para encontrar soluciones, lo cual supone una mejora significativa del proceso de enseñanza aprendizaje.

Jara (2008), afirma que la resolución de problemas es imprescindible para transmitir y enseñar matemáticas, ya que mediante la resolución de un problema se puede contar y enseñar matemáticas, pero debe realizarse de forma progresiva, empezando por situaciones sencillas y muy cercanas a los alumnos e ir aumentando la dificultad.

La resolución de problemas permite generalizar operaciones, organizar y estructurar los conceptos matemáticos, y desarrollar nuevos. Dicha actividad supone un considerable potencial educativo ya que implica aprender a organizar la información, desarrollar el pensamiento lógico, el ingenio y la imaginación, y fomentar la capacidad de búsqueda de estrategias. Por tanto, la base de la resolución de problemas es proponer al alumno una situación de aprendizaje que requiera de la puesta en práctica de sus conocimientos como respuesta o solución a un problema planteado (Canals s.f.; Ruiz Hidalgo, 2009; Ruiz Higuera, 2005b).

Siguiendo a Canals (s.f.) se define problema como una situación nueva y cercana a la realidad de los alumnos que plantea un interrogante, por lo que su resolución requiere del uso de la imaginación, el razonamiento y la creación de recursos, es decir, se aplica lo aprendido para encontrar estrategias de resolución, lo cual supone la adquisición de nuevos conocimientos.

Por este motivo, la resolución de problemas no se aprende de forma repetitiva y/o mecánica, sino que requiere de la manipulación, el análisis, el razonamiento, el descubrimiento y la interacción con el medio. Además, intervienen cinco factores claves:

comprensión del enunciado, representación mental, selección de estrategias, ejecución y comprobación de la solución (Bermejo y Martín, 2004; Chamorro y Vecino 2005; Fernández Bravo, 2010).

Como se puede deducir, existen diferentes tipos de problemas, ya que cada uno presenta una situación o requiere del desarrollo de una determinada habilidad. Sin embargo, como señala Canals (s.f.) es imposible realizar una clasificación ajustada, debido a que cada problema tiene varias posibilidades según el punto de vista desde el que se contemple, por lo que la mayoría de los problemas corresponden a diversas tipologías a la vez. Aun así, se presentan dos clasificaciones partiendo de diferentes autores en la Tabla 1 y Tabla 2.

Tabla 1.

Clasificación de problemas matemáticos en Educación Infantil

Tipo	Situación	Objetivos
Visuales	La información se transmite a través de una imagen.	Descubrir y expresar la relación de causa-efecto, así como las fases de un hecho.
Abiertos	Se admiten más de una solución válida.	Fomentar el razonamiento lógico y el trabajo en equipo.
Manipulativos	Se acompañan de material manipulable.	Facilitar la experimentación el ensayo y la comprensión.
Juegos/Enigmas	Se plantean con materiales, imágenes o texto.	Desarrollar las capacidades lógicas.
De cálculo	Uso de cantidades, relaciones y/u operaciones.	Comprender la situación y utilizar las nociones numéricas.
De geometría	Elementos, relaciones o fenómenos del espacio.	Comprensión de las posiciones en el espacio y aplicación de nociones geométricas.

Elaboración propia a partir de Canals (s.f.).

Tabla 2.

Tipos de problemas

Tipo	Situación
De cambio	Dada una cantidad inicial, adición o sustracción.
De combinación	Se parte de dos conjuntos.
De comparación	Relación entre conjuntos.
De igualación	Igualar dos cantidades.

Elaboración propia a partir de Bermejo y Martín (2004).

Independientemente del tipo de problema que se use o del concepto a trabajar, los estudios de López y Alsina (2015), demuestran que un enfoque basado en la resolución de problemas y la investigación, llamado por los autores “Rincones de trabajo”, favorece el aprendizaje de conceptos matemáticos de forma estadísticamente significativa en relación a otros métodos como los cuadernos de actividades o la experimentación y manipulación. Esto se debe a que en dicho enfoque se utilizan materiales adecuados a lo que se quiere trabajar, se organiza el espacio de manera que sea atractivo y favorezca la realización de actividades, se fomenta la verbalización y representación, se respeta el ritmo de cada alumno y se favorece un aprendizaje más autónomo.

Teniendo en cuenta las competencias clave señaladas, la importancia de utilizar la resolución de problemas como método y los contenidos marcados por el currículo (*Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil* y *Real Decreto 25/2007, de 4 de mayo, por el que se establece el Currículo del Segundo Ciclo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de La Rioja*), se han seleccionado el cálculo mental, la clasificación y el posicionamiento en el espacio como las habilidades esenciales a desarrollar en el presente trabajo.

3.3.1 Cálculo mental.

Chamorro (2005), señala la construcción del concepto de número como el objetivo matemático principal en Educación Infantil, ya que es la base para el desarrollo de cualquier conocimiento numérico, así como un saber necesario para realizar casi cualquier acción rutinaria, comprar, repartir... Sin el número nuestra vida cotidiana no sería posible. Igualmente, las investigaciones recientes (National Research Council, 2014) afirman que el conocimiento numérico de los niños depende del contexto y del uso de objetos, lo cual avala el objetivo y la realización del presente trabajo.

Pero, lo cierto es que la idea de número, aunque imprescindible, es muy compleja, por lo que su construcción requiere de un proceso lento y progresivo que poco tienen que ver con la idea, socialmente instaurada, de recitar la serie numérica o *cantinelas*. La comprensión del número supone entender su representación, es decir, reconocer que tres caramelos representan la misma cantidad que tres botones, lo cual supone un reto para la mente del niño (Chamorro, 2005).

Dicha autora afirma que no hay un único significado del número, por ello, se expone en la Tabla 3, los siete usos.

Tabla 3.

Usos del número

Contexto	Tipo	Referencia del número
Matemático	Cardinal	Cantidad de elementos de un conjunto.
	Ordinal	Posición relativa de un elemento dentro de una colección ordenada.
	Medida	Unidades de una cantidad dada.
Social y utilitario	Secuencia	Sin significado, es mero recitar.
	Conteo	Objeto o entidad.
Simbólico	Simbólico	Diferentes atributos (Regletas de Cuisenaire).
	No numérico	Denota o simboliza algo (DNI, Teléfono, Autobús...).

Elaboración propia a partir de Fuson (2012).

Para descubrir y comprender los diferentes significados es necesario crear situaciones que permitan experimentar, utilizar y dar funcionalidad al número. Por otro lado, también es importante el desarrollo de capacidades como la conservación o el conteo, lo cual suscita un profundo debate, ya que el conteo por sí solo no tiene sentido, sino que requiere de la manipulación de objetos (separar, guardar, marcar...) para realizar representaciones sobre el número. Otro procedimiento importante es la subitización, es decir, la capacidad de saber, sin necesidad de contar, el número de elementos de una colección, como en los dados (Chamorro, 2005).

Numerosas investigaciones (Carey, 2004; Feigenson, Dehaene y Spelke, 2004; Spelke y Kinzler, 2007) han examinado los conocimientos numéricos de niños en edad infantil¹, incluyendo la capacidad para discriminar entre conjuntos de diferentes tamaños, reconocer relaciones numéricas, comprender transformaciones de adición y sustracción y representaciones de números pequeños y grandes. Los resultados muestran un conocimiento numérico más avanzado de lo que habían supuesto enfoques anteriores como el de Piaget. Los niños de educación infantil se encuentran en un proceso de desarrollo en el cual ya realizan representaciones de elementos de un grupo y del tamaño de un conjunto, pero aún no comprenden elementos individuales, y tampoco diferencian entre tamaños similares como cinco y seis objetos.

Tras lo expuesto, surge una cuestión, ¿Y la realización de operaciones? Pues bien, siguiendo a diferentes autores y recientes investigaciones (Chamorro, 2005; Canals, s.f.; Klein y Bisanz, 2000; National Research Council, 2014; Ruiz Higuera, 2005b), se señala que el conocimiento de los números y el de las operaciones son inseparables, es decir, se necesita la noción de número para trabajar las operaciones, de la misma forma que realizar operaciones es esencial para consolidar el concepto de número. Sin embargo, todos los autores coinciden en que las operaciones no deben abordarse en Educación Infantil, sino que aparecen a comienzos de Educación Primaria o, en algunos casos, en el último curso del segundo ciclo, es decir, cinco años.

Realizar operaciones supone hacer cambios sobre ciertas cantidades siguiendo una pauta. Por su parte, calcular, requiere de la noción del número y de las operaciones, ya que supone realizar una operación matemática determinada para llegar a un resultado. Para que los niños lleguen a realizar cálculos de adición y sustracción es necesario partir

¹. Según el Fondo de las Naciones Unidas para la infancia (UNICEF), se entiende por las edades comprendidas entre 1 y 7 años.

de las propias acciones, tanto con situaciones de la vida cotidiana como con materiales explícitos, pero nunca partiendo de la grafía, ya que la escritura es un lenguaje simbólico posterior al concepto (Canals, s.f.).

En este sentido Ruiz Higuera (2005b), señala el cálculo como uno de los procedimientos básicos para la resolución de problemas, junto con la correspondencia, estimación, subitización y el conteo. Por su parte Bermejo y Martín (2004) indican la resolución de problemas como la técnica para enseñar a sumar y restar. Dichas afirmaciones suponen que el cálculo o realización de operaciones debe introducirse de forma significativa y entenderse como un fin en Educación Primaria, y no como un concepto aislado en Educación Infantil.

3.3.2 Clasificar.

Comprender la disposición del mundo que nos rodea requiere del desarrollo de una serie de procesos lógicos que implican cualificar y cuantificar, es decir, atribuir cualidades y cantidades a un objeto. Es así como llegamos a hablar de clasificar, entendido como un instrumento intelectual que permite organizar nuestro entorno. Clasificar es atribuir o apreciar cualidades de los objetos y requiere de la selección y la agrupación en diferentes clases atendiendo a una premisa (Ruiz Higuera, 2005b).

Dicha habilidad lógica es esencial, ya que exige realizar un análisis de las propiedades de cada objeto y relacionarlo con otros estableciendo así semejanzas y diferencias, lo que supone entender el mundo exterior y, al mismo tiempo, organizar el propio pensamiento de forma lógica (Ruiz Higuera, 2005b).

Dentro de la clasificación, los niños de las edades que nos conciernen muestran dificultades en tres aspectos básicos (Ruiz Higuera, 2005b):

- Diferenciar entre el objeto en sí y la clase. Por ejemplo: dado un conjunto de animales de juguetes que incluye perros, gatos y vacas se pregunta “¿Tienes más juguetes o más perros?” normalmente se responde que más perros.
- Utilizar un nombre con dos significados distintos, es decir, que pertenezca a dos clases diferentes.

- Aceptar la arbitrariedad de la clasificación, es decir, los objetos pueden ser clasificados arbitrariamente de un modo u otro según los criterios que queramos usar.

En Educación Infantil, el desarrollo de actividades que permiten comparar, igualar, repartir, ordenar, en definitiva, clasificar colecciones, son básicos para el desarrollo integral y la interacción con el mundo. Sin embargo, son habilidades poco trabajadas que aparecen de forma indirecta en otras actividades o que simplemente se realizan a través de fichas sin conexión con la realidad y, por tanto, sin manipulación de objetos, dejando de lado aspectos tan importantes como la experimentación y el descubrimiento. Además, dichas habilidades son la base para la construcción de conocimientos numéricos, los cuales, son imprescindibles para la realización de operaciones y, por lo tanto, del cálculo mental que se pretende desarrollar en el presente trabajo (Ruiz Higuera, 2005b).

3.3.3 Posicionamiento espacial.

Los conocimientos espaciales son señalados por Ruiz Higuera, García y Lendinez (2013) como necesarios para el desarrollo de la persona en la vida cotidiana. Sin embargo, son conceptos que parecen olvidados por el currículo, ya que únicamente aparecen en el Bloque I “Medio físico: elementos, relaciones y medidas” y apenas supone tres líneas en las cuales se incluye la geometría “Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio. Posiciones relativas. Realización de desplazamientos orientados. Identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales” (Real Decreto 1630/2006, p. 479).

Las investigaciones de Berthelot y Salin (2005), entre otros, muestran la necesidad de trabajar el espacio desde Educación Infantil, para ello sugieren proponer situaciones en forma de problema que requieran del desarrollo de conceptos como proximidad, orden, continuidad... utilizando diferentes objetos (mapas, planos, material del aula...) y diferentes espacios (micro, meso y macro).

Siguiendo a Vecino (2005), el concepto de espacio puede dividirse en cuatro habilidades, representación espacial, percepción espacial, organización espacial y medida en el espacio. En este sentido, el presente trabajo se centra en las dos primeras habilidades,

ya que ambas se comprenden entre los cuatro y los seis años. La representación espacial supone el desarrollo de tres capacidades (Lázaro, 2000):

- Organizar y utilizar información que permite orientarse.
- Interpretar elementos y su lugar.
- Entender el espacio de forma global.

Por su parte la percepción espacial se divide en tres entornos:

- Espacio corporal, formado por la superficie del propio cuerpo.
- Espacio de apresamiento, situado alrededor de la persona y determinado por el espacio que abarcan los movimientos realizados sin desplazamientos. Es el entorno más inmediato.
- Espacio de acción, entendido más allá del alcance inmediato siendo el espacio físico de la vida cotidiana.

Caballero (2002), afirma que el desarrollo de dichas capacidades y espacios supondrá evitar trastornos que afectan a la identificación táctil de objetos, a la localización, al conocimiento del propio cuerpo, la confusión derecha-izquierda, la percepción de profundidad, la localización espacial de sonidos y la desorientación.

De esta forma, la salida a exteriores, la interacción con el medio y las actividades con compañeros en espacios específicos, determinan el conocimiento espacial de los niños (Lázaro, 2000). Por lo que, aunque es importante, no solo se debe trabajar el espacio desde un plano o mapa, sino que se deben proponer actividades que requieran de realizar desplazamientos en el espacio cotidiano, es decir, en el patio, en el propio aula o incluso en el barrio, de manera que se aprenda de forma significativa dando funcionalidad a los conocimientos adquiridos y aplicándolos para generar unos nuevos.

3.4 Importancia de los materiales manipulativos en el aprendizaje

Como se ha expuesto en los apartados anteriores el aprendizaje de las matemáticas supone adquirir conceptos abstractos que son esenciales para el desarrollo de la persona en el mundo que le rodea. Por ello, se deben introducir desde las primeras edades, a través de materiales manipulativos y experimentación.

En este sentido Miguel y Chamoso (1995), afirman “La calidad de la enseñanza en general, y de las matemáticas en particular, exige introducir diversos materiales y otros recursos creando un aprendizaje más receptivo, práctico, manipulativo y ameno” (p. 317).

Cuando hablamos de manipular materiales, en la enseñanza, nos referimos a una serie de actividades específicas con materiales determinados que facilitan la adquisición de conceptos matemáticos, no a una actuación libre. Dichas actividades favorecen el desarrollo sensorial: ver, tocar, explorar el entorno... lo cual permite que los niños descubran los objetos y sus características, color, forma, tamaño, textura... (Berga, 2013; Castro, Del Olmo, Castro, 2002).

Siguiendo a Edo (2008), el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil no puede realizarse a través de actividades fortuitas como “Pinta los cuadrados de azul”, sino que se deben proponer situaciones cotidianas que favorezcan la interacción con los demás. De lo contrario los conceptos matemáticos parecen lejanos a la realidad y sin significado.

Sin embargo, esta concepción del aprendizaje matemático no es novedosa, sino que autores como Cuisinaire, Dienes o María Montessori, ya postulaban la importancia de utilizar la manipulación en el aprendizaje, incluso crearon sus propios materiales como las regletas, la colección de bloques lógicos o los cubos multibase. En este sentido recientes investigaciones (Berga, 2013; Castro, Del Olmo, Castro, 2002; Torra, 2016) reafirman la importancia del uso de materiales manipulativos en la enseñanza de las matemáticas ya que, como señalan los autores, favorece el aprendizaje real y significativo de los conceptos, fomenta la exploración, posibilita la apreciación de distintos enfoques de un mismo concepto, ayuda a la construcción de modelos para la puesta en práctica y es motivador.

Tras lo expuesto, surge una inquietud sobre la validez de los materiales. En este sentido diferentes autores (Fernández Bravo, 2001; Rodríguez, 2005) señalan que el material más adecuado es aquel que posibilita al alumnado llegar a la generalización del concepto a través de la manipulación, y que cumple las siguientes características:

- Ser seguro.
- Ser resistente y duradero.
- Ser de fácil manejo, de manera que el alumnado pueda usarlo de forma autónoma.
- Ser adecuado al momento evolutivo, características y necesidades del alumnado.

- Que potencie y favorezca la actividad motora, cognitiva, afectiva y social.
- Ser atractivo, estética y funcionalmente.

Para Marqués (2000), los materiales pueden clasificarse en dos tipos según su finalidad, de manera que podemos utilizar medios didácticos, que son todos los materiales con intención educativa, y por otro lado los recursos educativos, entendidos como los materiales que no están destinados para la educación. Así, se considera “Material educativo”, a cualquier elemento que cumple un fin pedagógico. En esta misma línea del conocimiento Moreno (2013), propone una clasificación basada en las diferentes capacidades y competencias que debe adquirir el alumno durante el segundo ciclo de Educación Infantil:

- Materiales de manipulación, observación y experimentación.
- Materiales que desarrollan el pensamiento lógico, que permiten comparar, asociar, ordenar, clasificar, seriar, contar, medir...
- Materiales de representación y simulación.
- Materiales de la vida cotidiana.
- Material para el desarrollo de la expresión oral, como imágenes, murales...
- Libros.
- Materiales para la expresión plástica y musical.

Castro, Del Olmo y Castro (2002), afirman que no existe un criterio generalizado sobre el uso y el tipo de materiales, sino que más bien hay posturas opuestas. De manera que algunos autores sostienen que los materiales deben ser muy estructurados frente a otros que postulan que deben ser poco estructurados y polivalentes. A nuestro parecer, el empleo de uno u otro material dependerá de diferentes factores como la situación educativa, el objetivo de la actividad o el desarrollo del niño. Así, se puede considerar cualquier material como válido siempre que se utilice con un objetivo claro y realmente ayude a la adquisición de conocimientos.

Para llevar a cabo el aprendizaje que se está exponiendo, Edo (2008) propone crear situaciones didácticas en torno al juego a través de la resolución de problemas, donde los alumnos realicen aprendizajes significativos. El uso del juego como recurso educativo es fundamental en Educación Infantil, ya que es una actividad agradable y estimulante que

favorece el aprendizaje, facilita el conocimiento del entorno y fomenta las relaciones sociales. Así, utilizar el juego permite que cada alumno pueda crear y manipular según sus intereses, capacidades y habilidades (Berga, 2013; Canals, 2009).

En este sentido Belmonte (2008), señala cuatro características básicas del juego:

- Es libre, el niño decide.
- No está condicionado por refuerzos externos, no se espera consecuencia.
- Produce placer.
- Predomina el medio sobre el fin.

Como conclusión a las ideas expuestas, podemos afirmar que el desarrollo de conocimientos lógico-matemáticos como el razonamiento o la clasificación son esenciales para el desarrollo del niño. Una de las formas más eficaces de llevarlo a cabo es a través de la resolución de problemas y los materiales manipulativos, ya que permiten explorar, experimentar y descubrir el mundo que nos rodea de una forma lúdica y significativa. Sin embargo, el currículo de educación contempla algunas de estas cuestiones de manera sucinta e incluso rudimentaria.

Capítulo IV. Metodología

El presente trabajo es un estudio de caso realizado en el segundo ciclo de Educación Infantil, concretamente en un aula de cinco años, del colegio público de Educación Infantil y Primaria (CEIP) *Caballero de la Rosa* de Logroño (La Rioja). Con el objetivo de realizar una propuesta eficaz que se adapte a la muestra de alumnos seleccionada, se ha diseñado la siguiente secuencia de actuación:

1. Pre-evaluación: se realiza en un aula de cinco años de Educación Infantil y un aula del primer curso de Educación Primaria. Se compone de tres actividades basadas en clasificación de bloques lógicos, cálculo mental y posición en el espacio, respectivamente (Véanse Anexos I, II, III, IV, V y VII).
2. Intervención: atendiendo a los resultados de la pre - evaluación se diseñan dos actividades de clasificación y dos de cálculo mental con el objetivo de actuar de forma eficiente, ya que han sido las dos habilidades en las que se ha mostrado más dificultad y con mayores diferencias de conocimientos de una etapa a otra. La organización se basa en una actividad de introducción y una segunda actividad de puesta en práctica (Véanse Anexos IX, X, XI y XII).
3. Evaluación: tras el análisis de los resultados obtenidos con la intervención realizada, se comprueba la adquisición e integración de conocimientos a través de la realización de las tres actividades propuestas en Educación Primaria, pero adaptadas a los alumnos de la muestra de cinco años (Véase Anexo XIV, XVI, VIII).

Para el desarrollo de la propuesta comentada con anterioridad se requiere de instrumentos didácticos como: un juego completo de bloques lógicos, una simulación de un mercado con representaciones de euros, bobina de hilo, objetos cotidianos del aula, plano de la zona en tamaño A3, fichas específicas de operaciones, celo normal, celo de colores, rotulador azul, pintura de cera azul, botes de pintura de color negro, marrón, azul, verde y rojo, bola grande de plastilina, rodillo, rotuladores, pinturas de madera, folio, goma, sacapuntas, algodón de colores, discos de algodón, bloques de construcción, juego de cartas específico, tabla específica en tamaño A3.

De la misma forma, se precisan instrumentos de registro como videocámaras, una grabadora de voz y un cuaderno donde tomar notas.

4.1 Participantes

La muestra, pertenece al colegio *Caballero de la Rosa* de Logroño. El entorno del centro se caracteriza por ser un barrio en expansión con viviendas de nueva construcción, aunque también se encuentran bloques de viviendas más antiguos. Además, no es una zona céntrica de la localidad, por lo que en los alrededores se encuentra la ciudad universitaria, así como el campo de fútbol del barrio y el parque de La Ribera del río Ebro.

Las familias que asisten al centro son de diferentes tipos, jóvenes, de otros países, de diversas etnias... ya que, como se ha comentado, el barrio es de nueva expansión, pero existen viviendas desde hace años.

El centro se creó en abril de 1988 y debido a la necesidad de una mejor convivencia en 2012 se declaró comunidad de aprendizaje, lo cual supone una mayor participación de la comunidad educativa, la realización de grupos interactivos con voluntarios, tertulias dialógicas, talleres de formación para padres y profesores, así como actividades dedicadas a la prevención y resolución de conflictos.

El espacio está formado por dos edificios, uno destinado a Educación Primaria y otro a Educación Infantil, esto supone que los alumnos de infantil deben acceder al edificio de primaria para clases de apoyo, música o psicomotricidad.

En el centro está implantada la jornada continua, por lo que el horario de los alumnos es de 09:00 a 14:00 contando con un recreo de 12:00 a 12:30.

La muestra seleccionada corresponde al aula de cinco años de dicho centro. Formada por 24 alumnos de los cuales 13 son de sexo masculino y 11 de sexo femenino. 13 de dichos alumnos son de procedencia extranjera o, aunque han nacido en Logroño su familia es de otro país de origen. Respecto a las dificultades de aprendizaje ninguno de los alumnos está diagnosticado, aunque si cuentan con 4 alumnos que reciben apoyo por parte del especialista de audición y lenguaje debido a problemas relacionados con logopedia. De la misma forma 3 alumnos asisten a atención temprana fuera del horario escolar. Con relación al ambiente de clase, los 24 alumnos han asistido juntos a la escuela desde los 3 años y no existen disputas destacables. Por lo que podemos afirmar que las relaciones entre los alumnos y alumnos con la profesora son positivas. El método de

trabajo se basa en pequeños proyectos combinados con el cuaderno de trabajo “La fábrica de letras” de la editorial Santillana para trabajar lecto - escritura.

La muestra del primer curso de Educación Primaria está formada por 23 alumnos de 6 a 7 años, de los cuales 11 son de sexo masculino y 12 femenino. Respecto a las dificultades de aprendizaje hay 6 alumnos que muestran dificultades de aprendizaje en la adquisición de conocimientos básicos, por lo que reciben apoyo por parte de la especialista en pedagogía terapéutica. Además, 11 alumnos proceden de otros países o, aunque han nacido en Logroño su familia es de otro país de origen. Las diversas características de los alumnos suponen diferencias considerables de nivel y, por lo tanto, un clima de clase algo agitado. La relación entre iguales y con la profesora es positiva, no se destacan problemas de convivencia.

4.2 Procedimiento

Anteriormente a la realización de las actividades propuestas se pidió el debido permiso al centro educativo, así como a las correspondientes familias.

Debido a los horarios cedidos por el centro, las actividades de pre-evaluación en Educación Infantil se realizan en dos días no consecutivos, siendo dos actividades en un día y la tercera en otro. Las actividades propuestas en Educación Primaria se realizaron el mismo día, por lo que se necesitó de la labor de los voluntarios.

Debido a los resultados obtenidos se decide intervenir en el desarrollo de actividades de clasificación y cálculo mental. Ya que son las dos habilidades en la que los alumnos han mostrado más dificultades y en las que más diferencias se han visto entre las etapas de Educación Infantil y Educación Primaria. Así la intervención se basa en una actividad de introducción y otra de puesta en práctica de cada una de las habilidades mencionadas con anterioridad.

Los horarios concedidos por el centro permiten que las actividades se hagan dos días a la semana, es decir, un día la actividad de introducción y el otro la que corresponde a la puesta en práctica con un espacio de tiempo de dos días aproximadamente, por lo que no es necesaria la intervención de los voluntarios. Este itinerario supone un total de cuatro días y cuatro actividades de intervención.

Respecto a la evaluación, se considera oportuno valorar las tres habilidades seleccionadas, independientemente de los resultados, con el objetivo de conocer si, tras la intervención propuesta, se han alcanzado las capacidades o algunas de las que se contemplan en Educación Primaria. Por ello, se decide realizar las mismas actividades, pero con pequeñas adaptaciones.

Para la realización de todas las actividades anteriormente expuestas los alumnos se organizarán en el aula de forma habitual. En la pre-evaluación, una de las actividades será dirigida por mí y las otras dos por voluntarios que realizan grupos interactivos en dicha hora y grupo. Debido a la organización ya comentada, en las actividades correspondientes a la intervención y evaluación todas serán dirigidas por mí.

Las explicaciones se realizan en forma de problema a los alumnos y se mantienen las cámaras y grabadoras fuera de la vista de los niños para que el estudio sea lo más objetivo posible. En el caso del cuaderno de notas se apuntan aspectos puntuales como preguntas que surjan durante la actividad, acciones destacables o pensamientos del observador.

Capítulo V. Resultados

A continuación, se van a exponer los resultados obtenidos en la pre-evaluación, intervención y evaluación de cada una de las actividades realizadas con la muestra de alumnos seleccionada.

5.1 Cálculo mental

Tabla 4.

Resultados de las actividades de cálculo mental

	Pre – evaluación		Intervención		Evaluación
	Ed. Pri	Ed. Inf	Act. Intro	Act. Prac	
Si	20	1	18	4	8
Con ayuda	2	20	3	18	13
No	1	1	1	2	0

Los resultados obtenidos muestran una considerable diferencia entre Educación Primaria y Educación Infantil. Además, en la pre-evaluación de Educación Infantil se observó que siete alumnos ponían la operación en sus manos, pero sumaban en vez de restar, es decir, ponían en una mano cinco y en la otra dos, y contaban. Por estos motivos se consideró esencial trabajar el cálculo mental asentando una bases sólidas sobre el concepto de número.

Respecto a la intervención, en la actividad de puesta en práctica se encontraron varias dificultades que supusieron la incomprensión de la misma y la obtención de los resultados expuestos:

- Los alumnos solo subitizan hasta el número dos.
- No comprenden la representación gráfica del número.
- Seis alumnos sumaban los caramelos desde la primera carta del tablero, en vez de la que correspondía a su operación.

Esto nos muestra que los alumnos no están acostumbrados a trabajar con el número fuera de la grafía y del conteo de colecciones. Igualmente, se observó que no conocían las reglas de los juegos de cartas y no comprendieron las indicaciones.

Respecto a la evaluación, los resultados fueron más favorables y se observaron acciones como:

- Cuatro alumnos no diferenciaban los signos de suma y resta, por lo que, aunque tuvieran que restar sumaban las dos cantidades.
- Uno de los alumnos, al ver la imagen que correspondía al ingrediente “huevos”, comenzó a contar los huevos que aparecían en la imagen en vez de contar cada imagen como un elemento particular.
- Finalmente, dos alumnos de los dos primeros grupos que realizaron la actividad señalaron que se podrían utilizar materiales del mercado o hacer una tarta real. Por ello, en el tercer y cuarto grupo se incluyeron objetos reales que simulaban los ingredientes que aparecían en la ficha, con el objetivo de hacer más visual la actividad y las operaciones.

Así, observamos que los alumnos continúan con dificultades en la diferenciación de operaciones, que su primer impulso es contar en vez de reconocer las cantidades y que necesitan de apoyo manipulativo para entender la acción.

5.2 Clasificación de objetos

Tabla 5.

Resultados de las actividades de clasificación de objetos

	Pre – evaluación		Intervención		Evaluación
	Ed. Pri	Ed. Inf	Act. Intro	Act. Prac	
Si	NV*	15	24	16	14
Con ayuda	NV	5	0	6	4
No	NV	2	0	0	5

*NV: resultado no válido.

Como se puede apreciar los resultados obtenidos son muy dispares, de manera que, aunque en la pre-evaluación eran favorables, todos los alumnos que realizaron correctamente la clasificación lo hicieron por un único atributo, la forma. Igualmente, cuatro alumnos confundían fino y grueso con grande y pequeño, y dos alumnos señalaban las características diferentes en vez de las iguales. Por ello, se decidió intervenir y crear

actividades que, primero, subsanaran las dificultades comentadas y, segundo, pusieran en práctica lo trabajado.

Como aspectos a destacar en la intervención, se observó cierta confusión con la diferenciación entre pesado y ligero. Igualmente, se consideran importantes ciertas acciones y comentarios vistos en las sesiones:

- Un alumno sosteniendo la bola grande de plastilina comentó “Si lo estiramos es finito”.
- Otro de los alumnos ordenó los objetos propuestos haciendo una escalera descendente en tamaño, independientemente de las indicaciones dadas.
- Una alumna explicó con todo detalle las diferencias y similitudes de dos objetos (tapón, etiqueta, dibujo...).
- Otra alumna unió un triángulo pequeño amarillo con un rectángulo amarillo pequeño con la siguiente explicación “Son iguales en color y si lo partes así (línea diagonal en una de las esquinas con el dedo) son iguales” (Véase Figura 1).
- Un alumno señala que sus piezas son diferentes en forma, a lo que un compañero responde: “No, en tamaño. Son triángulos, pero uno grande y otro pequeño.”
- Finalmente, a la hora de recoger uno de los alumnos comentó “¿Qué tal si lo recogemos por pesado y no pesado?”.

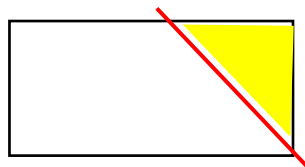


Figura 1. Acción de una alumna.

Estas acciones y comentarios muestran que los alumnos tienen inquietudes por las características de los objetos y que el principal problema es la falta de práctica y de vocabulario, ya que visualmente entienden las diferencias y similitudes y pueden clasificar, pero verbalmente necesitan pautas y comprobaciones que guíen sus acciones como “¿Tienen el mismo color?”, “¿Son del mismo tamaño?”, es decir, se necesita de la manipulación de los objetos para señalar similitudes y diferencias y poder clasificar.

De la misma forma, en la evaluación, frente al problema de espacio para poder ordenar todos los objetos, surgieron las siguientes situaciones destacables:

- Un alumno comentó “Podemos poner aquí todos los que son cuadrados o azules, los dos aquí.”
- Otra alumna comentó “Imaginamos que aquí (dividiendo una parte de la cuadrícula) hay otro celo y ponemos aquí los rojos.”
- “Como el amarillo y el verde (señalando una bola de plastilina verde y círculo amarillo) son casi iguales, vamos a juntarlos”, se le comentó “¿El objeto amarillo y el objeto verde son iguales?”, “No pero como solo tenemos uno, dos y tres (refiriéndose a los huecos de la tabla), así que lo ponemos ahí.”

Dichas acciones demuestran tres formas de pensamiento distintas, el primero crea una clasificación no excluyente, es decir, un mismo espacio para objetos que cumplan una o las dos características propuestas. La segunda, muestra la creación de un nuevo espacio, es decir, reorganiza el espacio dado para poder realizar clasificaciones por un solo atributo. Finalmente, la tercera acción expone la agrupación de objetos por cualquier similitud.

Por último, señalar la falta de datos válidos en Educación Primaria debido a la incomprensión de la actividad por parte de la persona voluntaria encargada, lo cual supone la imposibilidad de conocer los conocimientos de Educación Primaria y actuar consecuentemente.

5.3 Posicionamiento en el espacio

Tabla 6.

Resultados de las actividades de posicionamiento espacial

	Pre – evaluación		Evaluación
	Ed. Pri	Ed. Inf	
Si	17	15	11
Con ayuda	6	5	9
No	0	3	1

Los resultados muestran similitudes entre Educación Primaria y Educación Infantil, con acciones adecuadas a la edad y a los contenidos que se trabajan en futuros cursos.

Por ello, no se consideró trabajar la presente habilidad en la intervención, ya que las principales dificultades se basaban en conceptos de medida, algo semejante a los visto en Educación Primaria.

Como aspectos destacables se señalan:

- Los alumnos propusieron formas de medida como pasos, saltos, zancadas o correr.
- Frente a la pregunta “¿Es lo mismo si lo mido yo que si lo mide uno de vosotros?” quince alumnos dijeron que si, seis afirmaron que no era lo mismo y tres no lo sabían.
- Al preguntar “¿Si los dos habéis medido el mismo número de pasos, habéis hecho el mismo camino?” afirmaban que sí.
- Como respuesta a “¿Es lo mismo medir a saltos que a pasos o zancadas?” necesitaron de una escenificación para afirmar que no es lo mismo.
- Igualmente, ocho alumnos realizaron caminos que llegaban al punto marcado pero que eran más largos o con pasos hacia atrás.

Respecto a la evaluación los resultados parecen desfavorables. Sin embargo, se comprende esta situación debido al uso del mapa, un elemento poco utilizado en Educación infantil.

Como aspectos a destacar se señalan:

- Tras la pregunta “¿Cómo sabemos cuál es el camino más corto?” aparecieron respuestas como: “Contando”, “Contando los pasos”, “El camino más largo es el que más lejos llega del cole”, “Pues el que hace así (realiza una línea en diagonal hasta el punto marcado)” “Lo hacemos y lo grabamos”, “Ponemos pinturas”, “Salimos al pasillo y nos imaginamos que están las calles.”
- Como respuesta a “¿Es lo mismo medirlo con los dedos que con una pintura?” contestaron que no, pero no sabían responder el por qué.
- Frente a la pregunta “¿Es lo mismo si lo medimos así (dedos juntos) que así (dedos más abiertos)?” contestaron que no y al preguntar el por qué necesitaban de la escenificación para poder explicarlo.
- Al preguntar “¿Qué podemos hacer para saber qué camino es más corto?” surgieron respuestas como “Lo hago yo todo el rato así pequeñito”, “Ponemos así

esta pintura”, “Cada uno mide el suyo” o directamente decían el que a simple vista parecía más corto, sin comprobación.

- Igualmente, un alumno mostró con el dedo un camino corto para llegar al punto marcado, pero a la hora de realizarlo necesito de varias explicaciones.

Dichas situaciones nos muestran que, aunque los alumnos se posicionan en el espacio, todavía no comprenden la representación del mismo en un mapa, las reglas de medida o su utilidad en el entorno que nos rodea.

Capítulo VI. Interpretación – Discusión

La principal cuestión del presente trabajo es la mejora del razonamiento a través de la resolución de problemas lógico-matemáticos en los que se necesita, calcular mentalmente, clasificar y/o situarse en el espacio utilizando materiales manipulativos. En los resultados expuestos se pretenden mostrar datos objetivos, pero la realidad es que las actividades propuestas y el objetivo primordial requieren de acciones y preguntas subjetivas que no pueden ser reflejadas mediante datos estadísticos.

Los resultados obtenidos muestran en relación al cálculo mental, una gran diferencia entre las dos etapas, así como una enseñanza centrada en la grafía del número y la realización de operaciones, lo cual lleva a un concepto de número deficiente que supone la incapacidad de realizar acciones en las que el número se presenta mediante representaciones, es decir, en las que se requiere utilizar el número de forma social y/o utilitaria. Respecto a clasificar, se observa que es una habilidad poco trabajada en Educación Infantil. Sin embargo, los alumnos tienen ciertos conocimientos e inquietudes debido a su importancia en el entorno, por lo que con una intervención adecuada se pueden apreciar ciertas mejoras y por lo tanto la adquisición de aprendizajes significativos. Por su parte, el posicionamiento en el espacio se observa como una habilidad en desarrollo que requiere de aprendizajes propios de los siguientes cursos de Educación Primaria.

Por tanto, se puede afirmar que la presente propuesta ha sido útil para asentar bases, reforzar y solventar algunas de las dificultades encontradas al comienzo en relación al cálculo mental, a la clasificación de objetos y al posicionamiento en el espacio, y de forma general, al razonamiento lógico, ya que la evaluación ha sido favorable. Sin embargo, en aspectos como el cálculo mental, aunque se ha mejorado, no se ha llegado a la automatización requerida en Educación Primaria, pero sí se considera un acercamiento a dicho nivel. Por lo que se puede decir que se han cumplido los objetivos marcados, ya que se han analizado las capacidades de los alumno y, en cierta medida, se ha mejorado el razonamiento de los alumnos.

Sobre el cálculo mental se observa que es un objetivo muy lejano para los alumnos de Educación Infantil, mientras que es una habilidad totalmente automatizada en Educación Primaria. Esto supone una gran diferencia de nivel y, por lo tanto, un mayor trabajo del

número en poco tiempo. Igualmente aparecen dificultades que llevan a una incomprensión del juego de cartas propuesto y a la confusión de operaciones, debido a que la enseñanza parte de la grafía del número para realizar operaciones sin conexión con la realidad. Dicha situación supone que los alumnos no entiendan la representación del número en las cartas, sus distintos usos y significados, así como qué es una operación, como se realiza y para qué sirve. Por ello, se observa que los alumnos de la muestra seleccionada suman y restan sin sentido esperando únicamente obtener un resultado, independientemente de la incógnita planteada o las indicaciones dadas.

En relación con lo expuesto Chamorro (2005), afirma que la subitización aparece entre los tres y los cinco años. No obstante, los alumnos de la muestra seleccionada realizan la subitización únicamente hasta el número dos, lo que avala las inferencias realizadas anteriormente sobre la enseñanza del número a partir de la grafía y alejada de la realidad.

En las actividades de clasificación, se observa que los alumnos de Educación Infantil, aunque no saben denominar las características, entienden visualmente los objetos, como son, para qué sirven, qué se puede hacer con ellos, y mediante la manipulación de los mismos se abren a la experimentación y a un gran abanico de posibilidades de actuación.

Así, comprenden que un objeto puede entenderse por diferentes atributos como forma, color, uso, tamaño... visualizan que un triángulo puede tener aspectos en común con un círculo, y que entre dos triángulos pueden existir diferencias. Igualmente, como se ha expuesto, hay alumnos que van más allá y ven un triángulo en un rectángulo, reorganizan el espacio para poder realizar las clasificaciones que han pensado o crean unas nuevas. Lo que demuestra que algunos alumnos razonan, piensan y buscan soluciones al problema planteado, pero otros muestran dificultades o les supone un gran esfuerzo. Por ello se puede deducir que la clasificación no se trabaja en las aulas y que debe aparecer específicamente en el currículo y con actividades que requieran del uso de objetos manipulativos.

Respecto a lo comentado Ruiz Higuera (2005b), señala dos tipos principales de clasificación. La clasificación simple, basada en la elección de objetos por un atributo común (forma, color, tamaño...), y la clasificación cruzada, que requiere de la selección de objetos que tienen dos cualidades iguales (cuadrados y azules, círculos y amarillos...). Sin embargo, los alumnos de la muestra realizan colecciones excluyentes, es decir, que incluyen objetos que pueden tener una u otra cualidad (cuadrados o azules).

Los resultados obtenidos sobre el posicionamiento del espacio se entienden como propios de la etapa del desarrollo en la que se encuentran los alumnos, pero es cierto que se requiere de mayor trabajo en futuras etapas e incluso en Educación Infantil, además de consideración específica en el currículo. Debido a que, como se ha expuesto con autores como Caballero (2002), trabajar y explorar el espacio es esencial para una mejor localización y percepción espacial, así como para mejorar el conocimiento del propio cuerpo y subsanar la común confusión entre izquierda y derecha. De la misma forma, se observa que el mapa parece algo familiar en Educación Primaria mientras que no se termina de comprender en Educación Infantil, por lo que dichos alumnos afirman que para conocer el camino más corto hay que realizarlo en la realidad, no en el mapa.

Por otra parte, se considera que los resultados expuestos se deben entre otros factores a la metodología utilizada, la cual, a su vez, se encuentra determinada por el currículo de educación vigente. Como afirma Alsina (2012), es necesario partir de un currículo que contemple dos tipos de conocimientos: los contenidos matemáticos (razonamiento lógico-matemático, numeración y cálculo, geometría, medida, y estadística y probabilidad) y los procesos matemáticos (la resolución de problemas, la demostración, la comunicación, las conexiones, y la representación). Lo cual respalda la propuesta del presente trabajo y las cuestiones comentadas en apartados anteriores sobre el currículo actual y la falta de consideraciones específicas de las habilidades propuestas.

Respecto a las hipótesis propuestas al comienzo del presente trabajo, se considera que se han cumplido la gran mayoría, ya que se han observado diferencias en los razonamientos realizados en la pre-evaluación y evaluación, el nivel de las capacidades exigidas ha sido mayor en Educación Primaria, se han comprobado dificultades en el lenguaje y los resultados obtenidos han mostrado mejoras, especialmente en las actividades basadas en el cálculo mental. Por otro lado, las hipótesis número 3 “Los alumnos de la muestra seleccionada comprenderán en mayor medida las actividades que requieren de cálculo mental y clasificar” y la número 5 “Tras la realización de las actividades de introducción, los alumnos de la muestra seleccionada [...] realizarán satisfactoriamente las actividades de puesta en práctica”, no se han cumplido, ya que han surgido dificultades en las actividades destinadas al cálculo mental, por lo que la intervención propuesta, aunque favorable, no ha solventado algunas de las dificultades encontrados en la pre-evaluación.

Lo expuesto nos lleva a deducir una serie de cuestiones:

1. El razonamiento y las habilidades lógico-matemáticas correspondientes no son trabajadas en las aulas seleccionadas.
2. Existen gran cantidad de carencias en el lenguaje, lo que supone una incomprensión de términos como clasificar, sumar, ordenar, medir, comprobar...
3. La enseñanza del número parte de la grafía y se utiliza con dos funciones principales: contar y operar, lo cual lleva a un deficiente concepto del mismo.
4. Los contenidos matemáticos de las aulas seleccionadas se basan en el reconocimiento de figuras geométricas, el conteo y la realización de operaciones.
5. El currículo de educación no recoge las indicaciones dadas por las diferentes investigaciones, por lo que algunos de los aspectos que aquí se comentan no aparecen o se tratan de forma imprecisa.
6. La resolución de problemas y los materiales manipulativos no son utilizados de forma habitual en las aulas de la muestra seleccionada, sino que se hace uso de cuadernos de trabajo o fichas específicas.

Las investigaciones (Chamorro, 2005; Gamar, s.f.; Ruiz Higuera, 2005b), demuestran que clasificar es una habilidad necesaria que se debe introducir desde edades tempranas a través de juegos manipulativos. Igualmente, señalan que la noción de operación suma y resta, no debe aparecer en Educación Infantil, sino que se debe comenzar por un sólido concepto de número y otras habilidades relacionadas como la subitización. De la misma forma, se postula que las funciones del número en Educación Infantil deben basarse en: medir, producir y ordenar colecciones, en ningún caso se deben realizar operaciones.

Lo que está claro, es que la enseñanza de las matemáticas debe basarse en habilidades lógicas que permitan una interacción satisfactoria con el medio, siempre de forma significativa. Esto supone que los contenidos estén relacionados con los conocimientos previos de los alumnos y que el proceso de aprendizaje se realice en un contexto familiar, y atractivo. Sin embargo, la realidad muestra que la enseñanza de las matemáticas se basa en la realización de operaciones y la escritura de los números a través de fichas. Por lo que ni se utilizan habilidades lógicas, ni se aprende de forma significativa, ni se asemeja a la vida cotidiana de los alumnos.

Capítulo VII. Conclusión

En el presente estudio de caso se ha expuesto el razonamiento de los alumnos de cinco años, de una muestra seleccionada, en la resolución de problemas lógico-matemáticos a través de materiales manipulativos. Mediante las aportaciones de los diferentes autores se ha mostrado que tanto el razonamiento como el uso de la resolución de problemas y los recursos manipulativos son esenciales para una educación de calidad que permita el desarrollo integral del niño. Sin embargo, se ha comprobado que dichos aspectos no son considerados de forma específica en el currículo de educación vigente, lo cual promueve una metodología más teórica, así como un enfoque de destrezas centrado en la memorización.

De este modo, para la enseñanza de las matemáticas es básico tener en consideración el momento evolutivo de los alumnos, así como partir de sus conocimientos previos, sus capacidades y sus necesidades, evitando la reproducción de metodologías basadas en la repetición que no contemplan las individualidades de cada alumno.

De la misma forma, se debe tener en cuenta la transición de Educación Infantil a Educación Primaria, ya que como han señalado diferentes autores, dicho cambio supone la adquisición de nuevos contenidos para los cuales se necesita de una base estructurada que facilite su comprensión y adquisición.

Igualmente, se debe abandonar la concepción de las matemáticas como la memorización de una serie de destrezas, basadas en el número y la realización de operaciones, y adoptar un enfoque basado en el descubrimiento, la reflexión y la adquisición de habilidades lógico – matemáticas de forma práctica y lúdica. Así, lo fundamental es la experimentación del niño con los objetos, el descubrimiento de características y el establecimiento de relaciones que permitan comprender el papel de las matemáticas en la vida cotidiana.

Respecto a dichas habilidades, no existe una clasificación ni un acuerdo sobre las mismas, sino que, a través de lo expuesto por diferentes autores, se ha seleccionado el cálculo mental, la clasificación y el posicionamiento en el espacio como tres destrezas básicas para los alumnos de la edad seleccionada.

El cálculo mental significa la realización de operaciones, lo cual requiere de un gran manejo del número y de la memoria. Esto supone que sea un objetivo muy alejado de las capacidades del alumnado de Educación Infantil, lo que avala los resultados obtenidos. Por ese motivo, en el currículo de Educación Infantil, aparece el número ordinal y cardinal a través de su uso contextualizado, el conteo y la toma de conciencia de su funcionalidad, mientras que en el currículo de Educación Primaria aparece el cálculo mental como contenido explícito. Lo expuesto implica que los contenidos trabajados en el aula de cinco años no se ajustan al currículo y, que se están demandando unas habilidades que no corresponden a la edad. Por lo que finalmente se realizan actividades repetitivas y, sin relación con la realidad que permiten la introducción en las operaciones, pero sin comprensión alguna. Es decir, se hace de Educación Infantil una preparación para la etapa de Educación Primaria.

Por su parte clasificar se entiende como la capacidad de descubrir las cualidades de los objetos y agruparlos atendiendo a las mismas. Es una habilidad esencial que, aunque exige el desarrollo de destrezas sencillas como observar y relacionar y, permite una actuación más libre, no se contempla en las aulas de Educación Infantil y/o Educación Primaria. Igualmente, el currículo lo trata de manera superficial centrándose en la percepción de atributos, lo cual supone una introducción a la clasificación, cuando en el presente trabajo se ha demostrado que los alumnos de cinco años, con la enseñanza adecuada, pueden y saben clasificar objetos atendiendo a diferentes premisas.

Posicionarse en el espacio es fundamental para la interacción con el medio en la vida cotidiana, es una habilidad que se desarrolla desde los primeros meses de vida a través de la experimentación y el descubrimiento. Sin embargo, parece un contenido olvidado tanto en las aulas como en el currículo, pese a que las investigaciones respaldan su importancia para la prevención de dificultades de lateralidad y representación de la localización. Además, a través de actividades lúdicas que integran dicha habilidad, no solo se pueden trabajar direcciones (izquierda, derecha, hacía delante y hacía detrás), sino que se integran contenidos referentes a la medición o a la representación espacial, los cuales si aparecen en el currículo. Un ejemplo es el robot *Bee -bot*, un recurso que permite trabajar la direccionalidad desde la robótica y la experimentación.

Por otro lado, la resolución de problemas también cuenta con escasa y/o imprecisa manifestación en el currículo y en las diferentes investigaciones, lo que dificulta la obtención de una sólida base bibliográfica. Sin embargo, queda claro que es una metodología basada en el razonamiento, la organización de conceptos, la experimentación y el desarrollo de estrategias, que permite integrar cualquier contenido de forma práctica y motivadora. Por lo que se considera que su percepción debe entenderse más allá de la investigación, de manera que se vea como una situación cotidiana que se debe resolver, sin buscar respuestas correcta o incorrectas, ya que lo importante es que el alumnado razone y actúe consecuentemente.

Igualmente, el uso de materiales manipulativos impulsa una mejor adquisición de contenidos, a través del descubrimiento y la experimentación. Dicho recurso es señalado por diferentes autores como fundamental para la comprensión del entorno que nos rodea. Asimismo, se ha demostrado en el presente trabajo que es una herramienta utilizada normalmente y que su uso ayuda al razonamiento y, por tanto, a la resolución de problemas de forma más sencilla.

Todo lo expuesto con anterioridad permite deducir que existe una falta de documentación sobre la lógico-matemática y la resolución de problemas, así como que dichos conceptos, aunque esenciales, no son específicamente considerados en el currículo de Educación Infantil. Esto supone una incongruencia, ya que se está fomentando una educación matemática alejada de lo que postulan las distintas investigaciones. Así, lo más favorable sería establecer comunicación entre los distintos agentes de la comunidad educativa (profesores, familias, instituciones, autores...) de manera que la enseñanza se base en las necesidades del alumnado y en las indicaciones avaladas por las investigaciones recientes, desarrollando una educación de calidad.

Asimismo, se cree esencial, que la ley recoja la comunicación entre profesores de Educación Primaria y profesores de Educación Infantil, con el objetivo de realizar una transición más factible y por lo tanto adaptar los contenidos de las distintas etapas para realizar una enseñanza que tenga continuidad y, por lo tanto, los aprendizajes sean más significativos.

En la realización del presente trabajo se han encontrado una serie de limitaciones de organización como el número de horas cedidas por el centro, la metodología utilizada por el mismo que, indirectamente, influye en la comprensión y actuación de los alumnos en las distintas actividades, y el uso de voluntarios que impedían la observación directa y actuación por mi parte. Igualmente, se destacan limitaciones teóricas como la falta de investigaciones recientes sobre lógico-matemática, el razonamiento, habilidades como clasificar o medir, y la resolución de problemas. De la misma forma se es consciente de la variación de alumnos en las diferentes actividades, ya que no todos los alumnos asistieron todos los días.

Para subsanar dichas dificultades, se podría haber realizado la propuesta al centro educativo con mayor antelación, así se podrían haber organizado más sesiones con mayor profundización en los contenidos y todas dirigidas por mí.

Por ello, y debido a la carencia de investigaciones, se considera interesante continuar, en un futuro próximo, con una mayor profundización del razonamiento lógico-matemático y su tratamiento a través de la resolución de problemas y los materiales manipulativos. Así, se podría realizar una nueva propuesta, basada en la actual, pero con una duración de un curso completo o un mínimo de seis meses, lo cual nos permitiría observar la progresión del alumnado y obtener unos datos más fiables y contundentes sobre la eficacia de las actividades planteadas.

Finalmente, me gustaría exponer mi satisfacción con la realización del presente trabajo, del cual he aprendido que hacer matemáticas es mucho más que realizar operaciones y, que llevar a cabo una enseñanza más práctica y lúdica que facilite la adquisición de aprendizajes significativos para el alumnado, debe ser el objetivo de cualquier profesor. Igualmente, quisiera destacar que prevenir las comunes dificultades en matemáticas está en las manos de todos los maestros ya que, como me dijo alguien que me vio padecer dichas dificultades: “No puedes odiar las matemáticas, las necesitas para todo”.

Capítulo VIII. Referencias

- Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona. Graó.
- Alsina, A. (2009). Un análisis optimista de la educación matemática en la formación de maestros de educación infantil. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 51, 30-43.
- Alsina, A. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 1(1), 1-14.
- Belmonte, J. M. (2008). El juego en la Educación Infantil. En M.^a C. Chamorro. *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil* (pp. 383–407). Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Berga, M. (2013). El juego con materiales manipulativos para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil: Una propuesta para niños y niñas de 3 a 4 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 63-93
- Bermejo, V., y Martín, A. (2004). Enseñando a contar. En V. Bermejo. *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor* (pp. 33–70). Editorial CCS. Madrid.
- Berthelot R., y Salin, M. H. (2005). Vers une problématique de modélisation dans l'enseignement élémentaire de la géométrie. En M. H. Salin, et col. (Eds.), *Sur la théorie des situations didactiques* (pp. 125-143). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Blanco, L. (2011). La investigación en Educación Matemática. *Educatio Siglo XXI*, 29 (1), 109-128.
- Caballero, A. (2002). Desarrollo de la representación espacial. *EduPsykhé. Revista de psicología y psicopedagogía*, 1 (1), 41-67.
- Canals, M.^a. A. (2009). *Lógica a todas las edades*. Barcelona: Asociación de Maestros Rosa Sensat.
- Carey, S. (2004). Bootstrapping and the origins of concepts. *Daedalus* 133(1), 59-68.

- Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11, 59-77.
- Castro, E., Del Olmo, M. A., y Castro, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Universidad de Granada.
- Chamorro, M.^a C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil*. Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Chamorro, M.^a C. (2005). La construcción del número natural. En M.^a C. Chamorro. *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil* (pp. 141–180). Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Chamorro, M.^a C., y Vecino, F. (2005). Hacia la idea de problema en Educación Infantil. En M.^a C. Chamorro. *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil* (pp. 347–380). Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 47, 37-53.
- Feigenson, L., Dehaene, S., y Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307-314.
- Fernández Bravo, J. A. (2006). Desarrollo del pensamiento lógico – matemático. EN J. Quintanal y E. Miraflores (coord.), *Educación infantil: orientaciones y recursos metodológicos para una enseñanza de calidad* (pp. 297–326). Madrid: Editorial CCS.
- Fernández Bravo, J. A. (2008). *Desarrollo del pensamiento lógico y matemático*. Madrid: Grupo mayéutica Educación.
- Fernández Bravo, J. A. (2010). *La resolución de problemas matemáticos: creatividad y razonamiento en la mente de los niños*. Madrid: Grupo Mayéutica Educación.
- Fuson, K. (2012). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer.

- Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma: revista de matemáticas*, 19, 5-25.
- Jara, P. (2008). Desarrollo de la competencia en resolución de problemas. En Ministerio de Educación. *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas* (pp. 231-274). España: Secretaría general técnica.
- Klein, J.S., y Bisanz, J. (2000). Preschoolers doing arithmetic: The concepts are willing but the working memory is weak. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 54, 105-114.
- Lázaro, V. (2000). *La representación mental a lo largo de la vida*. Zaragoza: Egido.
- López, M., y Alsina, Á. (2015). La influencia del método de enseñanza en la adquisición de conocimientos matemáticos en educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(1), 1-10.
- Marqués, P. (2000). Los medios didácticos. Barcelona: *Secretaría de Educación pública*.
- Miguel, E., y Chamoso, J. M. (1995). Materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las Matemáticas: El cuenta-drez. *Aula: Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca*, (7), 317-330.
- Moreno, F. M. (2013). La manipulación de los materiales como recurso didáctico en educación infantil. *Estudios sobre el mensaje periodístico*, 19, 329-337.
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. (Castellana. Trad.). Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática. (Obra original publicada en 2000).
- National Research Council. (2014). *Fundamentos cognitivos para la iniciación en el aprendizaje de las matemáticas* (Linares, M y De Castro, C. trad.). National Research Council. (Obra original publicada en 2009).
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2000). *La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos: un nuevo marco para la evaluación*. Madrid: Secretaría general técnica.

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2015). *PISA. Resultados clave*. Secretaría General de la OCDE.
- Rico, L. (2009). Currículo de matemáticas y marco de competencias. En Ministerio de Educación. *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas* (pp. 11 – 26). España: Secretaría general técnica.
- Rodríguez, M. (2005). *Materiales y Recursos en educación infantil. Manual de usos prácticos para el docente*. Vigo: Ideaspropias.
- Ruiz Hidalgo, J. F. (2009). Modelización y resolución de problemas en el aula. En Ministerio de Educación. *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas* (pp. 155 – 196). España: Secretaría general técnica.
- Ruiz Higuera, L. (2005a). Aprendizaje y matemáticas. La construcción del conocimiento matemático en la escuela infantil. En M.^a C. Chamorro. *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil* (pp. 1- 38). Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Ruiz Higuera, L. (2005b). La actividad lógica en la Escuela Infantil. En M.^a C. Chamorro. *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil* (pp. 101 – 140). Madrid: Pearson Prentice Hall.
- Ruiz Higuera, L., García, F. J., y Lendínez, E. M. (2013). La actividad de modelización en el ámbito de las relaciones espaciales en la Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 95-118.
- Spelke, E. S., y Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, 10 (1), 89-96.
- Torra, M. (2016). Más material manipulable para enseñar matemáticas en educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 59-64.
- Vecino, F. (2005). Representación del espacio en el niño. El espacio como modelo de desarrollo de las distintas geometrías. En M.^a C. Chamorro. *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil* (pp. 255- 277). Madrid: Pearson Prentice Hall.

- **Webgrafía:**

Canals, M.^a. A. (s.f.). GAMAR. Gabinete de Materiales y de Investigación para la Matemática en la Escuela. Recuperado de: <http://www2.udg.edu/projectesbiblioteca/GAMAR/Inici/tabid/17145/language/es-ES/Default.aspx>

Fernández Bravo, J. A. (2001). Aprender a hacer y conocer: el pensamiento lógico. En. *Congreso Europeo: Aprender a ser, aprender a vivir juntos*. Asociación Mundial de Educadores Infantiles. Santiago de Compostela. Recuperado de: <http://www.waece.com>

Fernández Bravo, J. A. (2005). Desarrollo del pensamiento matemático en Educación Infantil. Recuperado de <http://www.grupomayeutica.com>

Real Academia Española. (2017). *Diccionario de la Lengua Española*. Recuperado de: <http://www.rae.es/>

- **Normativa:**

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, BOE, núm. 106, de 4 de mayo de 2006, pp. 17158 a 17207.

Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil, BOE, núm. 4, de 4 de enero de 2007, pp. 474 a 482.

Real Decreto 25/2007, de 4 de mayo, por el que se establece el Currículo del Segundo Ciclo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de La Rioja, núm. 62, de 8 de mayo de 2007, pp. 3287 a 3298.

Real Decreto 24/2014, de 13 de junio, por el que se establece el Currículo de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de La Rioja, núm. 74, de 16 de junio de 2014, pp. 11203 a 11605.

Anexos

Anexo I

Actividad 1: Clasificación

Objetivo específico	Reconocer atributos comunes de diferentes objetos.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Docente.
Recursos materiales	Caja de bloques lógicos. 48 piezas.
Desarrollo	Dado un juego de bloques lógicos los alumnos tendrán que realizar clasificación en relación a dos atributos comunes.
Ejemplos	Dos triángulo grandes. Dos figuras verdes y pequeñas.

Anexo II

Actividad 2: Cálculo mental

Objetivo específico	Cálculo mental.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Docente.
Recursos materiales	Mercado simulado con objetos cotidianos. Dinero de plástico o similar.
Desarrollo	Dado un billete de cinco euros los alumnos deberán comprar un objeto. Seguidamente tendrán que calcular cuánto tienen que pagar y cuanto les deben devolver.
Ejemplos	Compra una zanahoria, son dos euros, paga con un billete de cinco euros y le tienen que devolver tres euros.

Anexo III

Actividad 3: Posición en el espacio

Objetivo específico	Reconocer el camino más corto.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Docente.
Recursos materiales	Hilos de colores llamativos o similar.
Desarrollo	En el aula y sus inmediaciones se pondrá un punto de referencia. Los alumnos tendrán que pensar cual es el camino más corto para llegar. Para comprobarlo realizarán ese camino con un hilo en la mano. Posteriormente se comprobará que hilo es más corto y por lo tanto que camino es más rápido.

Anexo IV

Actividad 1: Clasificación

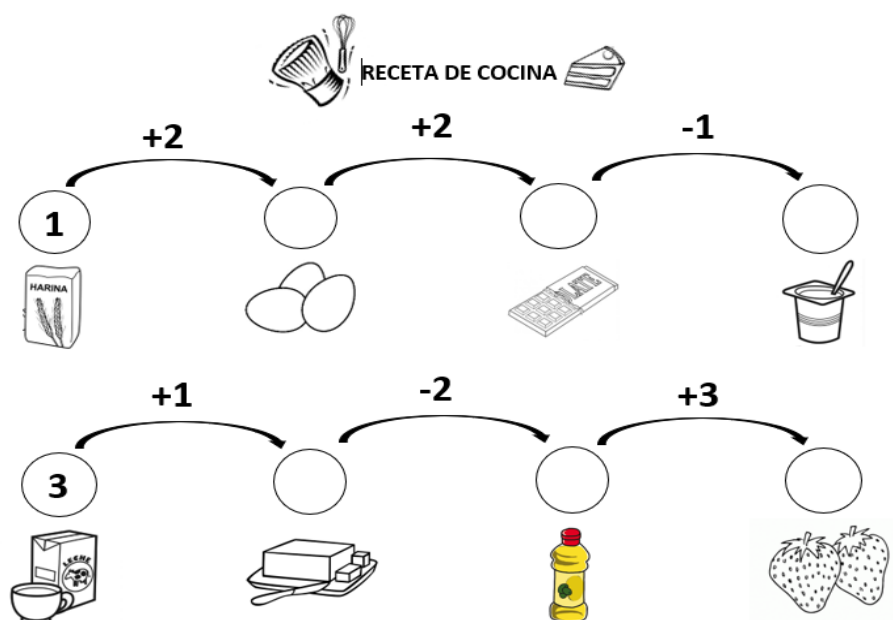
Objetivo específico	Reconocer atributos comunes en diferentes objetos.
Temporalización	20 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Diferentes objetos del aula.
Desarrollo	Dado una serie de objetos cotidianos del aula, los alumnos deberán crear una tabla de clasificación.
Ejemplos	Objetos grandes, objetos de color rojo, objetos redondos...

Anexo V

Actividad 2: Cálculo mental

Objetivo específico	Sumar diferentes cantidades.
Temporalización	20 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Cartulina A3 realizada ad hoc para la presente actividad (Véase Anexo VI).
Desarrollo	A los alumnos se les explicara que se quiere realizar un pastel y necesitamos realizar esa actividad para conocer qué cantidad de cada ingrediente necesitamos. Dada la hoja, uno a uno deberán calcular el total de las operaciones.

Anexo VI

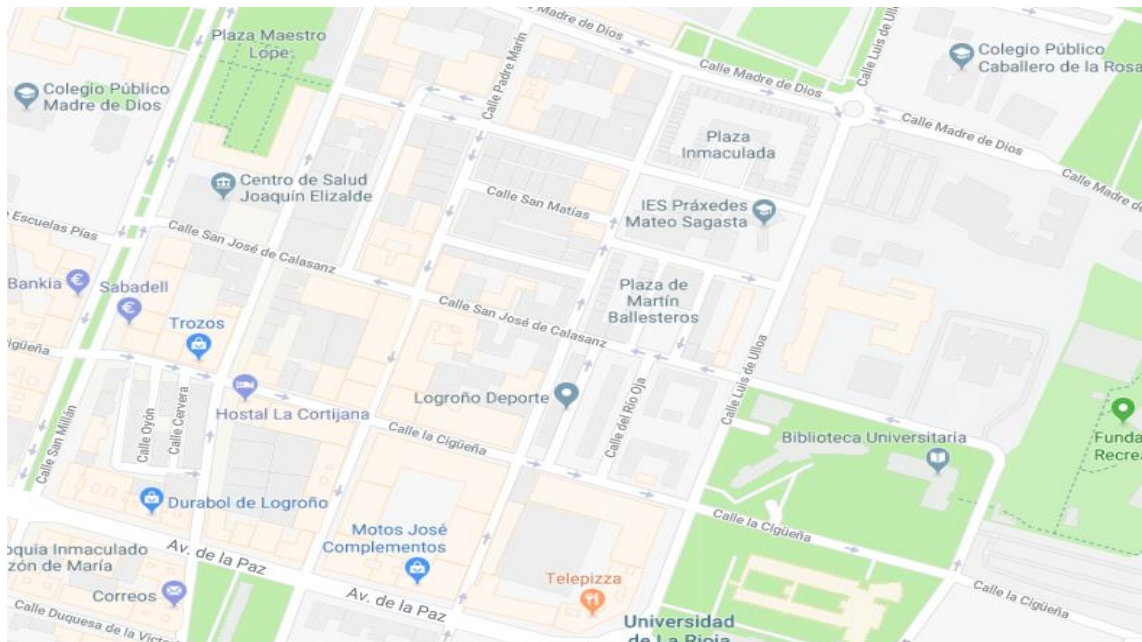


Anexo VII

Actividad 3: Posición en el espacio

Objetivo específico	Reconocer el camino más corto en un plano.
Temporalización	20 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Plano de la zona cercana al colegio (Ver Anexo VIII).
Desarrollo	Dado el plano de la zona próxima al colegio los alumnos deberán decidir cuál es el camino más corto desde un punto dado. Para ello, podrán usar la estrategia que quieran pulgadas, pies, objetos iguales...
Ejemplos	Un alumno pone bolas de colores en diferentes caminos hasta el colegio y luego las cuenta. El que tenga menos será el más corto.

Anexo VIII



Anexo IX

Actividad de introducción: Clasificación

Objetivo específico	Ordenar objetos en relación a una premisa.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Diferentes objetos del aula en una caja (celo, celo de colores, bola grande de plastilina, trozo de folio, pinturas de cera y rotuladores de diferentes colores y tamaños, botes grandes de tempera, 10 piezas de la caja de bloques lógicos: dos grandes, dos gruesas, dos finas, dos pequeñas y 2 azules, goma y sacapuntas.
Desarrollo	Tras explorar los objetos de la caja, uno por uno deberán ordenarlos atendido a una de la siguientes premisas: Altos y bajos, pesados y menos pesados, azules y otros colores, grandes y pequeños, gruesos y finos y/o los que le gustan o no le gustan.

Anexo X.

Actividad de puesta en práctica: Clasificación

Objetivo específico	Buscar objetos similares, exponer sus semejanzas y diferencias.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Diferentes objetos del aula (mismos que en Anexo 7), unos en una caja y sus similares en una bolsa opaca.
Desarrollo	Tras explorar los objetos de la caja, uno por uno deberán sacar sin mirar, un objeto de la bolsa. Seguidamente tendrán que encontrar el similar en la caja y exponer sus semejanzas y diferencias.

Anexo XI

Actividad de introducción: Cálculo mental

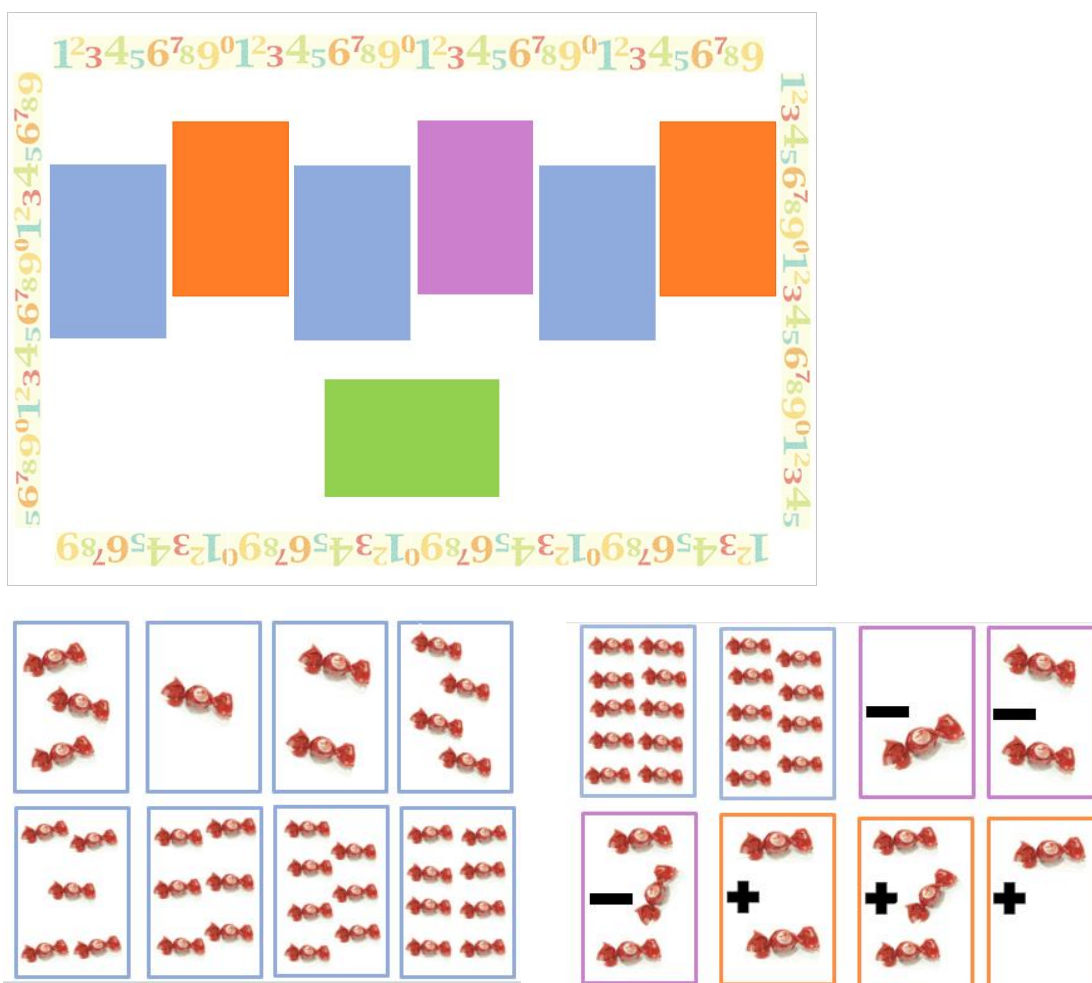
Objetivo específico	Sumar y restar cantidades.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Piezas de construcción.
Desarrollo	Uno a uno irán recibiendo indicaciones: Coge 3 piezas, ahora 4, quita 1, ¿Cuántas te quedan?

Anexo XII

Actividad de puesta en práctica: Cálculo mental

Objetivo específico	Sumar y restar cantidades.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Juego de cartas construido ad hoc (Véase Anexo XIII).
Desarrollo	<p>En la primera premisa los alumnos tendrán que ir poniendo cartas y realizando las operaciones hasta llegar al total.</p> <p>En la segunda premisa se deberá llegar al número 10 realizando sumas.</p>

Anexo XIII

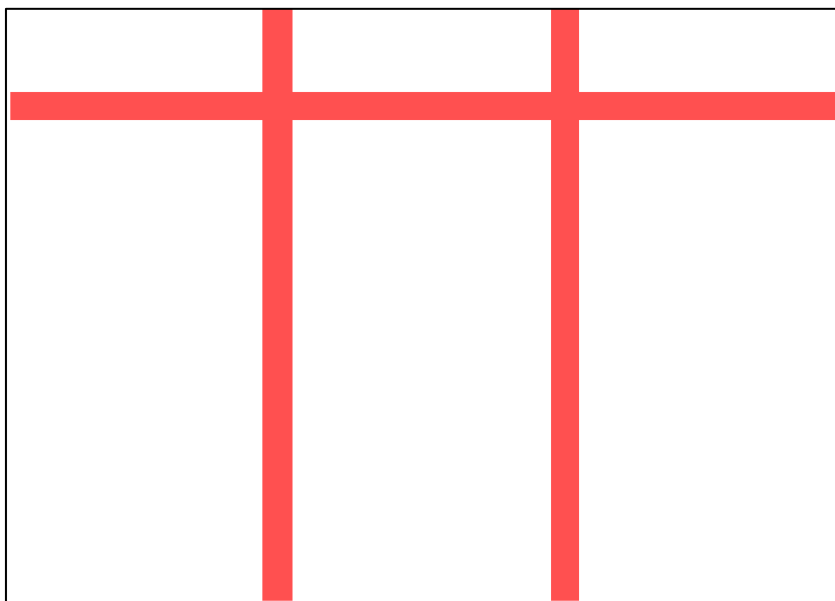


Anexo XIV

Actividad de evaluación: Clasificación

Objetivo específico	Reconocer atributos comunes en diferentes objetos.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Objetos del aula.
Desarrollo	Dada una tabla en tamaño A3 los alumnos deberán ordenar los objetos dados (Véase Anexo XV).

Anexo XV



Anexo XVI

Actividad de evaluación: Cálculo mental

Objetivo específico	Realizar sumas y restas de forma mental.
Temporalización	15 minutos.
Agrupamiento	Grupo reducido (grupos interactivos 4, 5 o 6 alumnos).
Recursos personales	Tutor.
Recursos materiales	Ficha de operaciones (Véase Anexo XVII).
Desarrollo	Dada una ficha que simula una receta de cocina, los alumnos deberán realizar la operación marcada y pegar la cantidad de objetos necesarios en la misma.

Anexo XVII





 → 1 + 2

 → 3 + 2

 → 3 - 1

 → 2 + 1

 → 4 + 1

 → 5 - 2

